<u>NEU: Anschaulicher unterrichten in Mathematik und Physik</u>

TRIGONIR leistet wertvolle Hilfe, um SchülerInnen an das Thema „Winkelfunktionen“ heranzuführen bzw. um damit zu arbeiten.

Neben dem theoretischen Lernen können SchülerInnen ein schwieriges mathematisches Wissensgebiet **<u>optisch</u>** **<u>erfassen</u>** und mit der Materie **<u>eigenständig umgehen</u>** lernen.

<u>Die Stärken von **TRIGONIR**:</u>

- ⇨ Die drehbare Scheibe macht – im Gegensatz zum Taschenrechner – **Winkelfunktionen anschaulich** und daher **leichter verständlich**.
- ⇨ Die Betrachtung der **Winkelfunktionen als Phänomen der Kreisbewegung** ermöglicht die **Entwicklung der Einzelheiten aus der Ganzheit**.
- ⇨ Der Begriff der **Kreisbewegung** (z.B. in der Schwingungs- und Wellentheorie) kann **anschaulich nachvollzogen** werden.
- ⇨ Formeln und Werte der Winkelfunktionen müssen **nicht mehr auswendig** gelernt werden
- ⇨ Mit einer **einzigen Bewegung** kann der Schüler auf **einen Blick vier Werte** eines ausgewählten Winkels erkennen: sin, cos und tan, als auch cot, den ein Taschenrechner übrigens gar nicht angeben kann
- ⇨ Auch **durchschnittlich begabte Schüler** können in der gleichen Zeit ein **Vielfaches an Aufgabenstellungen** aus dem Bereich Winkelfunktionen **lösen,** als sie es mit herkömmlichen Lehr- und Lernmittel (Taschenrechner, Formeln und Winkelfunktionen auswendig lernen) bewältigen könnten.

TRIGONIR -

<u>damit Lehren und Lernen leichter wird!</u>

Ausgewählte Rechenbeispiele der Berechnung von Winkelfunktionen ohne bzw. mit dem TRIGONIR

Beispiel 1: Bestimmung der Winkelfunktion für den Winkel 30°

A) Berechnung ohne Verwendung von TRIGONIR

Für jede Funktion müssen die Werte mit Hilfe eines Taschenrechners einzeln bestimmt werden:

$$\sin 30^{\circ} = 0{,}5$$
$$\cos 30^{\circ} = 0{,}8660...$$
$$\tan 30 \;= 0{,}5773...$$

Den Wert der cot-Funktion kann man mit Hilfe des Taschenrechners nicht ermitteln, da dies nicht vorgesehen ist. Mit Hilfe des tan und cot Verhältnisses kann man diesen Wert ermitteln.

$$\cot 30^{\circ} = \frac{1}{\tan 30^{\circ}} = \frac{1}{0{,}5773} = 1{,}7322...$$

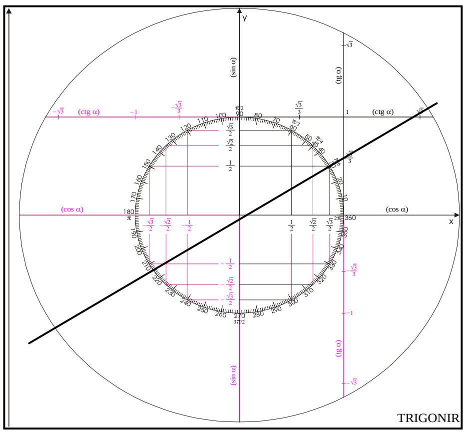
Es können jedoch nur ungefähre Werte der Winkelfunktion ermittelt werden, wobei sehr viel Zeit dafür aufzuwenden ist.

Will man die genauen Werte bestimmen, bleibt den SchülerInnen nichts anderes übrig, als die Werte der Winkelfunktionen für verschiedene Winkel auswendig zu lernen.

	0º	**30º** $\frac{\pi}{6}$	**45º** $\frac{\pi}{4}$	**60º** $\frac{\pi}{3}$	**90º** $\frac{\pi}{2}$	**180º** π	**270º** $\frac{3\pi}{2}$	**360º** 2π
sinα	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cosα	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tanα	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞	0
cotα	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	∞	0	∞

B) Berechnung mit Verwendung von TRIGONIR

Mit einer einfachen Drehung des Zeigers auf 30° können vier Werte bestimmt werden.



$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ (auf y-Achse abzulesen)

$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (auf x-Achse abzulesen)

$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (auf tan-Achse abzulesen)

$\cot 30^\circ = \sqrt{3}$ (auf cot-Achse abzulesen)

Beispiel 2: Bestimmung des genauen Wertes der sin-Funktion für den Winkel 135°

A) Berechnung <u>ohne</u> Verwendung von TRIGONIR

Dazu bestehen zwei Möglichkeiten offen:

1. Unter Verwendung der Formel:

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin 135^\circ=\sin\left(90^\circ \div +45^\circ\right)=\sin 90^\circ\cos 45^\circ+\cos 90^\circ\sin 45^\circ=$$
$$=1\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+0\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

2. Mit Verwendung der ersten Formel der unten angeführten Formelreihe, wird der Winkel in den spitzen Winkel übergeführt und danach der Wert der Winkelfunktion ermittelt:

$$\begin{array}{lll}
\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha & \sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha & \sin(2\pi-\alpha)=-\sin\alpha \\
\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha & \cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha & \cos(2\pi-\alpha)=\cos\alpha \\
\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha & \tan(\pi+\alpha)=\tan\alpha & \tan(2\pi-\alpha)=-\tan\alpha \\
\cot(\pi-\alpha)=-\cot\alpha & \cot(\pi+\alpha)=\cot\alpha & \cot(2\pi-\alpha)=-\cot\alpha
\end{array}$$

$$\sin 135^{\div}=\sin\left(180^{\div}-135^{\div}\right)=\sin 45^{\div}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

B) Berechnung mit Verwendung von TRIGONIR

Ganz einfach! Mit einer einfachen Drehung des Zeigers auf 135° werden alle vier Werte bestimmt. Die ohne TRIGONIR nötigen Formeln werden mit TRIGONIR nicht gebraucht.

Beispiel 3: Lösung der trigonometrischen Gleichung: $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

A) Berechnung ohne Verwendung von TRIGONIR

Entweder man lernt die Werte auswendig oder aber man verwendet einen Taschenrechner: in beiden Fällen ergibt sich nur eine Lösung:

$$x_1 = \frac{\pi}{3}\ , \qquad \left(x_1 = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in Z\right)$$

Tatsächlich gibt es jedoch zwei Lösungen, deren Existenz in der Unterrichtspraxis nur schwer vermittelbar ist.

B) Berechnung mit Verwendung von TRIGONIR

Ganz einfach! Man wählt auf der y-Achse den Wert $\frac{\sqrt{3}}{2}$, und sieht sofort auf der rechten Seite (im ersten Quadranten) den ersten zugehörigen Winkel $\frac{\pi}{3}$ oder 60º, auf der linken Seite (im zweiten Quadranten) den zweiten zugehörigen Winkel $\frac{2\pi}{3}$ oder 120º. Somit wird deutlich, dass die

Gleichung **zwei** Lösungen haben muss:

$$x_1 = \frac{\pi}{3}, \qquad \left(x_1 = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in Z\right)$$

$$x_2 = \frac{2\pi}{3} \qquad \left(x_2 = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in Z\right)$$

TRIGONIR -
damit Lehren und Lernen leichter wird!